



## INGRESSO DE MAIORES DE 23 ANOS NO IST

Prova de avaliação de capacidade científica em matemática

20 de junho de 2012 — duração 1:30

NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_

Responda de forma tão clara e completa quanto possível e apresente todos os cálculos. Não é permitido usar calculadoras ou outros elementos de consulta.

1. (1+1+1 val.) Em cada alínea, selecione a resposta correta:

(a)  $\frac{7}{3} \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) = \text{_____}$

$\frac{7}{30}$ ,  $\frac{7}{21}$ ,  $\frac{8}{17}$ ,  $\frac{15}{17}$ ,  $\frac{21}{21}$ ,  $\frac{49}{30}$ ,  $\frac{28}{10}$ .

(b)  $\log_{10}(15) + \log_{10}(2) + \log_{10}\left(\frac{1}{3}\right) = \text{_____}$

0,  $\frac{\log_{10}(18)}{3}$ ,  $\log_{10}(6)$ , 1,  $\log_{10}\left(\frac{52}{3}\right)$ , 2,  $\frac{\log_{10}(18)}{\log_{10}(3)}$ .

(c)  $|2x + 3| > 1 \iff x \in \text{_____}$

$]-\infty, -4[$ ,  $]-4, -2[$ ,  $]-2, -1[$ ,  $]-1, +\infty[$ ,  $]-2, +\infty[$ ,  
 $]-\infty, -4[ \cup ]-1, +\infty[$ ,  $]-\infty, -2[ \cup ]-1, +\infty[$ ,  $]-\infty, -4[ \cup ]-2, +\infty[$ .

2. (2+2 val.) Calcule, se existirem, os limites das seguintes sucessões:

(a)  $a_n = \left( \frac{n-20}{n-6} \right)^{n-2012}$

(b)  $b_n = 101 + n - \sqrt{n^2 + 101n}$

3. (2+2+1 val.) Calcule as derivadas de  $f$  e  $g$ , bem como todas as derivadas que apareçam (por exemplo, devido à aplicação de uma regra de derivação). Não precisa de fazer outras simplificações.

(a)  $f(x) = \frac{4x}{3x^2 + 2}$

(b)  $g(x) = e^{23x} \cdot \cos x$

- (c) Determine a reta tangente ao gráfico de uma dessas funções em  $x = 0$ .

4. (2+1+2+1 val.) Considere a função  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $h(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x - 3$ .

(a) Calcule a derivada  $h'$  e determine os intervalos de monotonia e os extremos de  $h$ .

(b) Qual o mínimo de  $h$  no intervalo  $[-1, 2]$ ?

(c) Calcule a segunda derivada  $h''$  e determine os intervalos de concavidade de  $h$ .

(d) Faça um esboço do gráfico de  $h$ .

5. (2 val.) Escreva uma equação de uma elipse com centro na origem e passando pelos pontos  $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$  e  $(1, -3)$ .