



INGRESSO DE MAIORES DE 23 ANOS NO IST

Prova de avaliação de capacidade científica em matemática

20 de junho de 2012 — duração 1:30

NOME _____ Nº _____

Responda de forma tão clara e completa quanto possível e apresente todos os cálculos. Não é permitido usar calculadoras ou outros elementos de consulta.

1. (1+1+1 val.) Em cada alínea, selecione a resposta correta:

(a) $\frac{7}{3} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

$\frac{7}{30}$, $\frac{7}{21}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{15}{17}$, $\frac{21}{21}$, $\frac{49}{30}$, $\frac{28}{10}$.

(b) $\log_{10}(15) + \log_{10}(2) + \log_{10}\left(\frac{1}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

0, $\frac{\log_{10}(18)}{3}$, $\log_{10}(6)$, 1, $\log_{10}\left(\frac{52}{3}\right)$, 2, $\frac{\log_{10}(18)}{\log_{10}(3)}$.

(c) $|2x + 3| > 1 \iff x \in \underline{\hspace{2cm}}$

$]-\infty, -4[$, $]-4, -2[$, $]-2, -1[$, $]-1, +\infty[$, $]-2, +\infty[$,
 $]-\infty, -4[\cup]-1, +\infty[$, $]-\infty, -2[\cup]-1, +\infty[$, $]-\infty, -4[\cup]-2, +\infty[$.

2. (2+2 val.) Calcule, se existirem, os limites das seguintes sucessões:

(a) $a_n = \left(\frac{n-20}{n-6} \right)^{n-2012}$

(b) $b_n = 101 + n - \sqrt{n^2 + 101n}$

3. (2+2+1 val.) Calcule as derivadas de f e g , bem como todas as derivadas que apareçam (por exemplo, devido à aplicação de uma regra de derivação). Não precisa de fazer outras simplificações.

(a) $f(x) = \frac{4x}{3x^2 + 2}$

(b) $g(x) = e^{23x} \cdot \cos x$

- (c) Determine a reta tangente ao gráfico de uma dessas funções em $x = 0$.

4. (2+1+2+1 val.) Considere a função $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $h(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x - 3$.

(a) Calcule a derivada h' e determine os intervalos de monotonia e os extremos de h .

(b) Qual o mínimo de h no intervalo $[-1, 2]$?

(c) Calcule a segunda derivada h'' e determine os intervalos de concavidade de h .

(d) Faça um esboço do gráfico de h .

5. (2 val.) Escreva uma equação de uma elipse com centro na origem e passando pelos pontos $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ e $(1, -3)$.